Subiecte Propuse pentru Examenul de Admitere la Matematică
Facultatea de Management
Şcoala Naţională de Studii Politice şi Administrative

1. Fie mulţimea $A = \{x \in \mathbb{R} | \sqrt{x+2+4\sqrt{x-2}} + \sqrt{x-1+2\sqrt{x-2}} = x+1\}$. Atunci numărul $S = \sum_{x \in A} x^2$ este egal cu:

a) 24; b) 8; c) 17; d) 40; e) 5.

2. Integrala $I = \int_1^e x \ln^2 x dx$ are valoarea:

a) $\frac{e-1}{2}$; b) $\frac{e^2-1}{4}$; c) 1; d) $\frac{e^2-2e+1}{2}$; e) $\frac{e^2-1}{2}$.

3. Numărul $a = 2^{\lg \frac{3}{5}} 3^{\lg \frac{5}{2}} 5^{\lg \frac{2}{3}}$, unde $\lg x$ reprezintă logaritmul zecimal al lui x, este egal cu:

a) 0; b) 2; c) 3; d) 5; e) 1.

4. Rangul termenului din dezvoltarea $\left(\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} + \sqrt{x^3}\right)^{13}$ care nu-l conţine pe x este:

a) 5; b) 6; c) 9; d) 10; e) 12.

5. Pe $\mathbb{Z}$ se defineşte legea de compoziţie "$*$" prin: $x * y = xy - 4x - 4y + 20$, pentru $x, y \in \mathbb{Z}$. Dacă S este suma elementelor inversabile ale monoidului $(\mathbb{Z}, *)$, atunci:

a) $S = 6$; b) $S = 1$; c) $S = 8$; d) $S = 10$; e) $S = 9$.

6. Fie funcţia $f : (2, +\infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{1}{x-2}$. Dacă $f^{(n)}(x)$ reprezintă derivata de ordin n a funcţiei f calculată in punctul x, atunci $f^{(2008)}(2010)$ este egală cu:

a) $\frac{2008!}{2008^{2010}}$; b) $\frac{2007!}{2008^{2008}}$; c) $-\frac{2008!}{2010^{2008}}$; d) $\frac{2010!}{2008^{2010}}$; e) $-\frac{2007!}{2010^{2008}}$.

7. Se consideră ecuaţia $mx^2 - 2(m+1)x + 8 = 0$ cu rădăcinile reale x_1, x_2. Dacă $A = \left\{m \in \mathbb{R}^* \middle| \frac{x_1^2+x_2^2}{x_1 x_2} > x_1 + x_2\right\}$, atunci:

a) $A = \emptyset$; b) $A = [-1, 1]$; c) $A = (3-2\sqrt{3}, 0) \cup (3+2\sqrt{3}, +\infty)$; d) $A = (0, 1)$; e) $A = (3-2\sqrt{3}, 3+2\sqrt{3})$.

8. Se consideră şirul $(x_n)_{n\geq 0}$ satisfăcând relaţia de recurenţă $x_{n+1} = 5x_n - 4x_{n-1}$, $\forall n \geq 1$ şi cu $x_0 = 2, x_1 = 5$. Dacă $l = \lim\limits_{n\to\infty} x_n$, atunci:

a) $l = 0$; b) $l = 1$; c) $l = 4$; d) $l = 5$; e) $l = +\infty$.

9. Se consideră funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 2x - 5$ si fie x_1, x_2 rădăcinile ecuaţiei $f(x) = 0$. Notăm, pentru $n \in \mathbb{N}$, $S_n = x_1^n + x_2^n$. Atunci:

a) $S_{n+2} = 4S_{n+1} + S_n$; b) $S_{n+2} = 3S_{n+1} + 2S_n$; c) $S_{n+2} = 0$; d) $S_{n+2} = 1$; e) $S_{n+2} = 2S_{n+1} + 5S_n$;

10. Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & -1 \end{pmatrix}$. Atunci determinantul matricii $B = \sum\limits_{k=1}^{2010} A^k$ este egal cu:

a) 0; b) 1; c) -1; d) -2; e) 2.

11. Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -7 & -2 \end{pmatrix}$. Atunci cel mai mic număr natural n pentru care $A^n = I_2$, unde I_2 reprezintă matricea identitate de dimensiune 2, este:

a) 3; b) 8; c) 6; d) 4; e) 10.

12. Fie polinomul $P(X) = (X+1)^{20} + (X-1)^{20}$. Atunci expresia $P(1) + P(-1) + P(i) + P(-i)$ are valoarea:

a) 2^{20}; b) 0; c) $2^{20} - 2^{10}$; d) $2^{21} - 2^{12}$; e) $2i$.

13. Notăm prin $S_n = \sum\limits_{k=1}^{n} \frac{1}{(k+2)\sqrt{k} + k\sqrt{k+2}}$. Atunci S_{2010} are valoarea:

a) $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{4} - \frac{\sqrt{2011}+\sqrt{2012}}{2\sqrt{4046132}}$; b) $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2010}+\sqrt{2011}}{\sqrt{4042110}}$; c) $\frac{1}{2} - \frac{1}{\sqrt{2012}}$; d) $1 - \frac{1}{\sqrt{2010}}$; e) $\frac{1}{\sqrt{2012}}$.

14. Matricea $A = \sum\limits_{k=1}^{n} \begin{pmatrix} k^2 & 0 \\ -1 & k \end{pmatrix}$ are expresia

a) $\begin{pmatrix} \frac{n^2(n+1)^2}{4} & 0 \\ -n & \frac{n(n+1)}{2} \end{pmatrix}$; b) $\begin{pmatrix} \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} & 0 \\ -n & \frac{n(n+1)}{2} \end{pmatrix}$; c) $\begin{pmatrix} \frac{n(2n+1)}{6} & 0 \\ -n & \frac{n(n+1)}{2} \end{pmatrix}$;

d) $\begin{pmatrix} \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} & 0 \\ n & \frac{n(n+1)}{2} \end{pmatrix}$; e) $\begin{pmatrix} \frac{n^2(n+1)^2}{4} & 0 \\ n & n^2 \end{pmatrix}$.

15. Dacă $S = \dfrac{1}{\sum\limits_{k=1}^{2009} \log_2 k} + \dfrac{1}{\sum\limits_{k=1}^{2009} \log_3 k} + \ldots + \dfrac{1}{\sum\limits_{k=1}^{2009} \log_{2010} k}$, atunci:

a) $S = 2010$; b) $S = 1$; c) $S = 1 + \log_{2009!} 2010$; d) $S = \log_{2010!} 2009!$; e) $S = \log_{2010} 2009$.

16. Dacă $r(X)$ este restul impărţirii polinomului $P(X) = 2X^{100} - 3X^{60} + 4X^2 - 1$ la polinomul $Q(X) = (X-1)^2$, atunci:

a) $r(2) = 10$; b) $r(2) = -24$; c) $r(2) = 26$; d) $r(2) = -52$; e) $r(2) = 30$.

17. Se consideră polinomul $P(X) = X^2 + 5X + 6$. Atunci suma $S = \sum\limits_{k=1}^{n} \dfrac{1}{P(k)}$ este egală cu:

a) $\frac{n}{3(n+3)}$; b) $\frac{n-1}{4(n+3)}$; c) $1 - \frac{1}{n+3}$; d) $\frac{1}{3} - \frac{1}{n+4}$; e) $1 - \frac{1}{(n+3)(n+4)}$.

18. Daca $l = \lim\limits_{x \searrow 0} x^3 \ln^2 x$, atunci:

a) $l = \infty$; b) $l = 1$; c) $l = e$; d) $l = -\infty$; e) $l = 0$.

19. Se consideră funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = e^x(x^2 + x)$ şi fie $f^{(n)}(x)$ derivata de ordin n a funcţiei f calculată în punctul x. Atunci valoarea limitei

$l = \lim\limits_{n \to \infty} \dfrac{\sum\limits_{k=1}^{n} f^{(k)}(0)}{n^3}$ este:

a) 0; b) ∞; c) $\frac{1}{6}$; d) $\frac{1}{2}$; e) $\frac{1}{3}$.

20. Se consideră funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{2x+1}{(x^2+1)(x^2+2x+2)}$. Atunci limita $l = \lim\limits_{x \to -\infty} x^3 f(x)$ este egală cu:

a) 0; b) ∞; c) $-\infty$; d) $\frac{1}{2}$; e) 2.

21. Dacă $l = \lim\limits_{x \to 1} \dfrac{\sqrt[5]{x} - \sqrt[20]{x}}{\sqrt[100]{x} - 1}$, atunci:

a) $l = 0$; b) $l = 100$; c) $l = 20$; d) $l = 15$; e) $l = 5$.

22. Se consideră funcţia $f : [2, 3] \to \mathbb{R}$, $f(x) = x - \ln(x + 1)$. Dacă c este punctul intermediar obţinut prin aplicarea teoremei creşterilor finite a lui Lagrange, atunci:

a) $c = \frac{1-\ln 4+\ln 3}{\ln 4-\ln 3}$; b) $c = \frac{\ln 4+\ln 3}{\ln 4-\ln 3}$; c) $c = \frac{1-\ln 3}{\ln 3-\ln 2}$; d) $c = \frac{1-\ln 4}{\ln 4-\ln 3}$; e) $c = \frac{1-\ln 3+\ln 2}{\ln 3-\ln 2}$.

23. Fie funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 9})$. Atunci $f'(2)$ are valoarea:

a) 13; b) $\ln(\sqrt{13})$; c) $\frac{\sqrt{13}}{13}$; d) $\frac{1}{2}$; e) 2.

24. Dacă $A = \left\{x \in (0, \infty) \middle| (\ln x)^2 + \ln\left(\frac{x}{e^2}\right) = 0\right\}$, atunci:

a) $A = \left\{e, \frac{1}{e^2}\right\}$; b) $A = \left\{e, \frac{1}{e}\right\}$; c) $A = \left\{e, \frac{1}{\sqrt{e}}\right\}$; d) $A = \{-2, 1\}$; e) $A = \left\{\sqrt{e}, \frac{1}{e}\right\}$.

25. Dacă $A = \left\{x \in \mathbb{R} \middle| \log_{\frac{1}{2}}(3x^2 - 5x - 3) < \log_{\frac{1}{2}}(4x - 3)\right\}$, atunci:

a) $A = \left(\frac{5+\sqrt{61}}{6}, +\infty\right)$; b) $A = (-\infty, 0)$; c) $A = \left(\frac{3}{4}, +\infty\right)$; d) $A = (3, +\infty)$; e) $A = (-3, 3)$.

26. Dacă $S_n(a) = 1 + a^2 + a^4 + \ldots a^{2n}$, pentru $n \geq 1$ si $a \in \mathbb{R}$, atunci $\lim\limits_{n\to\infty} S_n\left(\dfrac{1}{2}\right)$ are valoarea:

a) 0; b) 2; c) $\frac{1}{2}$; d) $\frac{2}{3}$; e) $\frac{4}{3}$.

27. Se consideră funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a + xe^{nx}}{1 + e^{nx}}$. Dacă $A = \{a \in \mathbb{R} | f$ este funcţie continuă$\}$, atunci:

a) $A = \{2\}$; b) $A = \{-1\}$; c) $A = \emptyset$; d) $A = \{1\}$; e) $A = \{0\}$.

28. Se consideră o progresie aritmetică $(a_n)_{n\geq 1}$ ce satisface $a_3 + a_8 = 16$. Dacă $S_n = \sum\limits_{k=1}^{n} a_k$, atunci:

a) $S_{10} = 20$; b) $S_{10} = 80$; c) $S_{10} = 160$; d) $S_{10} = 32$; e) $S_{10} = 100$.

29. Integrala $I = \displaystyle\int_{-2}^{2} (x^3 + 3x) \ln(x^4 + 1) dx$ este egală cu:

a) 0; b) $\frac{16}{3}$; c) $\frac{3}{2}$; d) $\frac{1}{4}$; e) $\frac{3}{4}$.

30. Se consideră funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \displaystyle\int_0^x \frac{2t+1}{t^2-2t+2}dt$, pentru $x \in \mathbb{R}$. Atunci:

a) $f(2) = \frac{\pi}{2}$; b) $f(2) = \frac{3\pi}{2}$; c) $f(2) = \frac{3\pi}{4}$; d) $f(2) = 2\pi$; e) $f(2) = \frac{\pi}{4}$.

31. Se consideră funcţia $f : \mathbb{R} \setminus \{-1, 0\} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{2x+1}{x^2(x+1)^2}$, $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 0\}$. Dacă $l = \lim\limits_{n\to\infty} (f(1) + f(2) + \ldots + f(n))^{n^2}$, atunci:

a) $l = 1$; b) $l = e$; c) $l = \frac{1}{e}$; d) $l = 0$; e) $l = +\infty$.

32. Se consideră funcţia $f : [-1, 1] \to \mathbb{R}$,

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2ax + b, & x \in [-1, 0] \\ cx^2 + 4x + 4, & x \in (0, 1] \end{cases}, a, b, c \in \mathbb{R}.$$

Dacă S este suma parametrilor a, b, c pentru care funcţia îndeplineşte ipotezele teoremei lui Rolle, atunci:

a) $S = 4$; b) $S = -2$; c) $S = 6$; d) $S = -1$; e) $S = 0$.

33. Pentru $x \in (0, 1)$, valoarea limitei $L = \lim\limits_{n\to\infty} \displaystyle\int_x^1 (1-t)^n dt$ este:

a) 1; b) $1 - x$; c) x; d) $+\infty$; e) 0.

34. Fie determinantul

$$\Delta(x) = \begin{vmatrix} e^{2x^2} & e^{-a} & e^{-x} \\ e^{-a} & e^{2x} & e^{-x^2} \\ e^{-x} & e^{-x^2} & e^{2a} \end{vmatrix}, a \in \mathbb{R}.$$

Dacă $A = \{a \in \mathbb{R}|$ ecuaţia $\Delta(x) = 0$ are toate rădăcinile reale$\}$, atunci:
a) $A = \left(0, \frac{1}{4}\right)$; b) $A = (0, +\infty)$; c) $A = \left(\frac{1}{4}, \frac{1}{2}\right)$; d) $A = \left(0, \frac{1}{2}\right]$; e) $A = \emptyset$.

35. Se consideră sistemul

$$\begin{cases} \log_a x + \log_{a^2} y &= \frac{1}{2} \\ \log_{a^2} x + \log_a y &= \frac{3}{2} \end{cases}, a \in (0, 1) \cup (1, +\infty).$$

Dacă $E = x^5 y$, atunci:

a) $E = a^{\frac{2^5}{3}}$; b) $E = a^{\frac{3^5}{2}}$; c) $E = 1$; d) $E = a^{\frac{5}{2^5}}$; e) $E = a^{\frac{5}{3^5}}$.

36. Se consideră funcţia $f : \mathbb{R}^* \to \mathbb{R}$ ce satisface ecuaţia funcţională

$$2f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = x + 1, \forall x \in \mathbb{R}^*.$$

Dacă $I = \displaystyle\int_2^3 f(x)dx$, atunci:

a) $I = 2 - \frac{1}{3}\ln\frac{3}{2}$; b) $I = 3 - \frac{1}{2}\ln\frac{2}{3}$; c) $I = 3 - \frac{1}{3}\ln\frac{2}{3}$; d) $I = -\frac{4}{3}$; e) $I = \frac{7}{3}$.

37. Pe $\mathbb{Z}$ se defineşte legea de compoziţie "$*$" prin: $x * y = x + y + xy$, pentru $x, y \in \mathbb{Z}$. Pentru $x \in \mathbb{Z}$ arbitrar, definim şirul $(x_n)_{n\geq 1}$ prin: $x_1 = x$ şi $x_{n+1} = x_n * x$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$. Dacă p reprezintă suma soluţiilor ecuaţiei $x_{20} = 0$, atunci:

a) $p = 0$; b) $p = 1$; c) $p = -1$; d) $p = -2$; e) $p = 2$.

38. Dacă $I_n = \displaystyle\int_0^1 (1 - x^2)^n dx$, atunci:

a) $I_{20} = 2^{20}$; b) $I_{20} = 2^{40}$; c) $I_{20} = \frac{2^{40}(20!)^2}{41!}$; d) $I_{20} = \frac{2^{20}(20!)^2}{21!}$; e) $I_{20} = \frac{20!}{40!}$.

39. Se consideră sistemul

$$\left\{\begin{array}{lll} x - my + z & = & 0 \\ x - 2y + z & = & m - 2 \\ mx + m^2y - z & = & 2m^2 \\ 2mx + (m+1)z & = & 2m^2 \end{array}\right., m \in \mathbb{R}.$$

Dacă $A = \{m \in \mathbb{R} |$ sistemul este incompatibil$\}$, atunci:

a) $A = \{-1, 0\}$; b) $A = \emptyset$; c) $A = \{-1, 0, 2\}$; d) $A = \{0, 2\}$; e) $A = \{2\}$.

40. Se consideră sistemul

$$\left\{\begin{array}{lll} 4x + 2y + 2z & = & m \\ x + y + z & = & e^a \\ x + y - 2z & = & e^{2a} \end{array}\right., m, a \in \mathbb{R}.$$

Dacă (x, y, z) este soluţia (unică) a sistemului şi $A = \{a \in \mathbb{R} | z > 0\}$, atunci:

a) $A = (-\infty, 0)$; b) $A = (-1, 1)$; c) $A = \emptyset$; d) $A = (0, +\infty)$; e) $A = \mathbb{R}$.

41. Se consideră funcţia $f : \mathbb{R} \setminus \{-1,1\} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x + \frac{x}{x^2-1}$, pentru $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1,1\}$. Dacă S reprezintă suma modulelor punctelor de extrem local ale funcţiei f, atunci:

a) $S = 2$; b) $S = 3\sqrt{2}$; c) $S = \sqrt{3}$; d) $S = \frac{2\sqrt{3}}{3}$; e) $S = 2\sqrt{3}$.

42. Se consideră funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = e^{-\frac{x^2}{2}}$, pentru $x \in \mathbb{R}$. Definim şirul $(a_n)_{n\geq 1}$ prin $a_n = \sum\limits_{k=0}^{n} f\left(2\sqrt{k}\right)$, $n \geq 1$. Dacă $l = \lim\limits_{n\to\infty} a_n$, atunci:

a) $l = e^2 + 1$; b) $l = \frac{e^2}{1-e^2}$; c) $l = \frac{1-e^2}{e^2}$; d) $l = \frac{e^2}{e^2-1}$; e) $l = \frac{e^2+1}{1-e^2}$.

43. Se consideră funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{(x+1)^3}{x^2-x+1}$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Fie A mulţimea punctelor de inflexiune ale funcţiei f şi a suma elementelor mulţimii A. Atunci:

a) $a = 0$; b) $a = \frac{3}{2}$; c) $a = \frac{5}{2}$; d) $a = 1$; e) $a = -\frac{3}{2}$.

44. Fie ecuaţia

$$z^3 - (m^2 + 2i)z + 3(5 - mi) = 0, z \in \mathbb{C}.$$

Dacă $M = \{m \in \mathbb{R} |$ ecuaţia admite cel puţin o rădăcină reală$\}$ şi $S = \sum\limits_{m\in M} m^3$, atunci:

a) $S = 27$; b) $S = 1$; c) $S = 35$; d) $S = 8$; e) $S = 28$.

45. Pe $\mathbb{R}$ se defineşte legea de compoziţie "$*$" prin: $x * y = xy - 2x - 2y + 6$, $\forall x, y \in \mathbb{R}$. Dacă S este suma elementelor care sunt egale cu simetricele lor în raport cu legea "$*$", atunci:

a) $S = 3$; b) $S = 2$; c) $S = -4$; d) $S = 5$; e) $S = 4$.

46. Se consideră şirul $(x_n)_{n\geq 1}$ ce satisface relaţia de recurenţă: $x_{n+1} = \sqrt{\dfrac{1+x_n}{2}}$, $\forall n \geq 1$ şi $x_1 = \frac{1}{4}$. Dacă $L = \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{x_{n+1}}{x_n}$, atunci:

a) $L = 1$; b) $L = 0$; c) $L = +\infty$; d) $L = \sqrt{2}$; e) $L = \frac{1}{4}$.

47. Dacă $L = \lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{\sqrt{n^2+n}-1}{n}\right)^{2\sqrt{n^2-n}+1}$, atunci:

a) $L = 1$; b) $L = 0$; c) $L = +\infty$; d) $L = \frac{1}{e}$; e) $L = e$.

48. Se consideră funcţia $f : [1,3] \to \mathbb{R}$,

$$f(x) = \begin{cases} x, & x \in [1,2] \\ \frac{x^2}{4} + 1, & x \in (2,3] \end{cases}.$$

Dacă C este mulţimea formată din punctele intermediare c rezultate din aplicarea teoremei creşterilor finite a lui Lagrange funcţiei f, atunci:

a) $C = \left\{\frac{9}{2}\right\}$; b) $C = \left\{\frac{3}{2}\right\}$; c) $C = \left\{\frac{9}{4}\right\}$; d) $C = \left\{\frac{1}{2}\right\}$; e) $C = \{2\}$.

49. Dacă A este mulţimea valorilor parametrului real m pentru care rădăcinile ecuaţiei $x^3 - 9x^2 + mx - 15 = 0$ sunt în progresie aritmetică, atunci:

a) $A = \{18\}$; b) $A = \{20\}$; c) $A = \{10\}$; d) $A = \{23\}$; e) $A = \{15\}$.

50. Se consideră funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \max(x^2 - 3x + 2, -x^2 + 3x)$. Fie A mulţimea punctelor în care funcţia f nu este derivabilă şi $S = \sum\limits_{x \in A} (f'_s(x) \cdot f'_d(x))$. Atunci:

a) $S = 0$; b) $S = 3$; c) $S = -10$; d) $S = -5$; e) $S = 6$.